

Rainer Schark  
Theo Overhagen

# Vektoranalysis Funktionentheorie Transformationen

Mit zahlreichen Abbildungen,  
Aufgaben mit Lösungen und  
durchgerechneten Beispielen

Verlag  
Harri  
Deutsch 

## **Mathematik – Ein Lehr- und Übungsbuch**

Band 1: Gellrich/Gellrich;

Arithmetik, Algebra, Mengen- und Funktionenlehre

Band 2: Gellrich/Gellrich;

Matrizen und Determinanten, Lineare Gleichungssysteme

Vektorrechnung, Analytische Geometrie

Band 3: Gellrich/Gellrich;

Zahlenfolgen und -reihen, Einführung in die Analysis  
für Funktionen mit einer unabhängigen Variablen

Band 4: Scharck/Overhagen;

Vektoranalysis, Funktionentheorie, Transformationen

Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH

Gräfstraße 47

60486 Frankfurt am Main

verlag@harri-deutsch.de

www.harri-deutsch.de

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

**ISBN 978-3-8171-1823-6**

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt.

Alle Rechte, auch die der Übersetzung, des Nachdrucks und der Vervielfältigung des Buches – oder von Teilen daraus – sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des Verlages in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren), auch nicht für Zwecke der Unterrichtsgestaltung, reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet werden.

Zu widerhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Der Inhalt des Werkes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

2., korrigierte Auflage 2008

©Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, Frankfurt am Main, 2008

Druck: fgb – freiburger graphische betriebe <[www.fgb.de](http://www.fgb.de)>

Printed in Germany

# Vorwort

Dieses Buch ist konzipiert als Weiterführung der drei Bände „Mathematik, Lehr- und Übungsbuch“ von Gellrich/Gellrich im Verlag Harri Deutsch. Dort wurden die Grundlagen für die Höhere Mathematik bereitgestellt (Funktionen und mathematische Grundlagen, Lineare Algebra, Differential- und Integralrechnung einer Variablen), nun sollen in dem vorliegenden Band die Kenntnisse vertieft, ausgebaut und angewandt werden.

So geht es in der **Vektoranalysis** um die Erweiterung der Vektoralgebra in Form der Differentiation und Integration von Vektorfunktionen im  $\mathbf{R}^3$ . Naturgemäß treten dabei auch partielle Ableitungen und mehrfache Integrale auf, die die Grundlage für die zentralen Sätze der Vektoranalysis, die Integralsätze von Gauß und Stokes, bilden.

Die Theorie der Funktionen komplexer Variabler, kurz „**Funktionentheorie**“ genannt (heute findet man auch die Bezeichnung „komplexe Analysis“), entstand zu Beginn des 19. Jahrhunderts, nachdem der Begriff der komplexen Zahl einigermaßen gesichert war. Wesentliche Berührungspunkte mit der Vektoranalysis sind die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen und der Residuensatz bei der Berechnung von bestimmten reellen Integralen. Ein Kapitel für sich ist die Theorie der konformen Abbildung, die aus vielen Bereichen der Ingenieurwissenschaften nicht mehr wegzudenken ist.

Bei einer Funktionaltransformation wird eine Originalfunktion, etwa eine Funktion im reellen Zeitbereich, in eine zugehörige Bildfunktion in einem (häufig komplexen) Bildbereich transformiert. Die beiden bedeutendsten sind die **Laplace-** und die **Fourier-Transformation**. Die Laplace-Transformation stellt u.a. eine sehr leistungsfähige Methode zur Untersuchung und Lösung von gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen dar. Die eng mit ihr zusammenhängende Fourier-Transformation ist von grundlegender Bedeutung bei der Beschreibung der Signalübertragung, vor allem auch dann, wenn man es mit statistischen Signalen zu tun hat. Schließlich wird am Ende dieses Buches die **Z-Transformation** ausführlich vorgestellt. Man bezeichnet sie auch als diskrete Laplace-Transformation, da sie insbesondere bei der Lösung von Differenzgleichungen und Impulssystemen Anwendung findet.

Berührungspunkte dieses dritten Teiles mit der Vektoranalysis ergeben sich im Zusammenhang mit den partiellen Differentialgleichungen. Und die Inverse der angesprochenen Funktionaltransformationen, die sogenannte Rücktransformation, ist definiert als komplexes Umkehrintegral, das unter Umständen mit Methoden der Funktionentheorie zu berechnen ist.

Das Buch richtet sich an Ingenieurstudenten ab dem 3. Semester. Im allgemeinen wird auf komplizierte Beweisvorgänge verzichtet, und alle Übungsaufgaben werden im Anhang ausführlich vorgerechnet. Insofern ist das Buch auch zum Selbststudium geeignet. Man hat nicht nur eine Kontrolle über das Ergebnis, sondern kann auch den Rechengang nachvollziehen und so eigene Fehler finden.

Wir freuen uns, daß dieser Band offensichtlich Anklang bei den Lesern gefunden hat, so daß eine neue Auflage erscheinen kann. Wir haben dazu die uns bekanntgewordenen Druckfehler korrigiert und bedanken uns bei allen, die uns diesbezügliche Hinweise gegeben haben.

*Theo Overhagen, Rainer Scharf*